UNIVERSITÀ DI CORSICA PASQUALE PAOLI

PAES UE3 2013-2014

Tutorat physique : Séance n°7 ; fluides réels et éléments d'hémodynamique (fait par C. Voyant)

Calculettes inutiles. Pour chaque question, indiquer quelles sont toutes les propositions exactes et uniquement les propositions exactes.

Données numériques :

η (viscosité du sang) = 3.10^{-3} Pa.s
π = 3
$3^6/2 = 3{,}6.10^2$

Relations:

Loi de Poiseuille $\omega = \frac{8\eta\bar{v}}{R^2}$ S.I.
10^5Pa = 1atm =76cm de Hg => Pression atmosphérique

QCM 1

Généralité sur les liquides Newtonien

Soit un liquide Newtonien s'écoulant dans un conduit cylindrique rigide de rayon constant (R=3cm). On considère que le régime d'écoulement est laminaire, de plus on donne la perte de charge linéique et la viscosité égalent à ω=18 S.I. et η=1,5 Pa.s.

1) Ce liquide Newtonien peut être du sang

Faux, car le sang est non Newtonien : sa viscosité ne dépend pas uniquement de la pression et de la température (elle dépendant aussi de la vitesse et de la concentration en macromolécule). Pour un rayon R très grand on peut considérer le sang comme ayant un comportement quasi-Newtonien (phénomène de viscosité apparente). Comme fluide Newtonien, on peut citer, l'eau, l'air ou le LCR.

2) La loi de Poiseuille est applicable, et la vitesse maximale dans le cylindre est égale à 27.10^{-4} m.s^{-1}

Vrai, le régime est laminaire et le fluide est Newtonien, la loi de Poiseuille est donc applicable. De plus, on a deux possibilités pour déterminer la vitesse maximale, soit on utilise la loi de Poiseuille pour déterminer la vitesse moyenne, puis la vitesse maximale, soit on utilise la formule $v(r) = \frac{\Delta P}{4\eta l}.(R^2 - r^2)$ où R désigne le rayon du cylindre, et r la distance à l'axe du cylindre. La vitesse est maximale sur l'axe du cylindre, donc pour r = 0, on obtient :

$v_{max} = \frac{\Delta P.R^2}{4\eta l} = \frac{\Delta P}{l}.\frac{R^2}{4\eta} = \omega.\frac{R^2}{4\eta} = \frac{3^2.10^{-4}}{4.1,5}.18 = 27.10^{-4}\ m.s^{-1}$.

Remarquons que la loi de Poiseuille est applicable car l'écoulement est laminaire et que le liquide est Newtonien. Dans le cas non Newtonien (comme le sang), on pourrait tout de même utiliser cette formule, mais en utilisant la notion de viscosité apparente. Cette grandeur correspond à la viscosité qu'aurait un fluide newtonien qui induirait le même débit pour la même perte de charge.

3) La vitesse du fluide est nulle au niveau des parois du cylindre

Vrai, si r = R, alors $v(r = R) = \frac{\Delta P}{4\eta l}.(R^2 - R^2) = 0$

4) La vitesse moyenne de l'écoulement vaut $2{,}7.10^{-4}$ m.s^{1}

Faux, on sait que $\bar{v} = \frac{1}{2}.v_{max}$, donc $\bar{v} = 13{,}5\ 10^{-4} m.s^{-1}$

5) Le débit volumique du liquide est de 3,6 cm^3.s^{-1}

Vrai, on sait que $J_v = \frac{V}{t} = \frac{\pi.R^2.l}{t} = \pi.R^2.\bar{v}$ $=3.3^2.3^3.10^{-8}/2=3{,}6.10^{-6}\text{m}^3.\text{s}^{-1}=3{,}6\text{cm}^3.\text{s}^{-1}$

QCM 2

Perte de charge dans des capillaires

Soit un réseau parallèle de 10 capillaires de rayon 1µm et de longueur 1mm chacun. La pression au sein de chaque capillaire n'est pas constante, on a une variation de 38mm de Hg entre l'entrée et la sortie. On considèrera que 1atm=10^5Pa.

1) La résistance hydraulique du sang vaut 8.10^{18}Pa.s.m^{-3} dans chaque capillaire

Vrai, la formule de la résistance hydraulique donne $R_{h0}=\frac{8\eta l}{\pi R^4}$, l'application numérique donne $R_{h0}=8.10^{18}$Pa.s.m^{-3}

2) La perte de charge dans chaque capillaire est de 0,5hPa

Faux, on sait que 76cm Hg correspond à 10^5 Pa, donc 38mm Hg correspond à $0{,}5.10^4$Pa (1hPa ~10^2Pa). Faire la démonstration que la perte de charge qui est une énergie volumique a aussi la dimension d'une pression. Notons que la perte de charge dans chaque capillaire correspond aussi à la perte de charge totale du réseau dans le cas en parallèle ($\Delta P_{tot} = \Delta P_i = \Delta P_0$) mais pas dans le cas « série » ($\Delta P_{tot} = \sum_{i=1}^{N} \Delta P_i = N.\Delta P_0$).

3) Le débit de chaque capillaire est inférieur à 10^{-7}mm^3/s

Faux, la perte de charge s'écrit, $\Delta P_0 = \Delta E_t = \omega.\Delta l$. D'après la loi de Poiseuille, on a $\omega = \frac{8\eta\bar{v}}{R^2}$, ce qui signifie que $\Delta P_0 = \frac{8\eta\bar{v}}{R^2}.\Delta l$. La définition du débit volumique de fluide traversant un cylindre de rayon R et de longueur l correspond au volume de fluide traversant la section du cylindre en un temps donné, soit:

$$J_v = \frac{V}{t} = \frac{\pi.R^2.l}{t} = \pi.R^2.\bar{v}.$$

De cette équation, on peut tirer que $\bar{v} = \frac{J_v}{\pi.R^2}$. En remplaçant cette estimation de la vitesse moyenne dans la formule de perte de charge, on obtient :

$$\Delta P_0 = \frac{8\eta\frac{J_v}{\pi.R^2}.}{R^2}.\Delta l = \frac{8\eta J_v \Delta l}{\pi.R^4} = J_v.R_h$$

En somme pour répondre à cette question, il suffit de calculer $J_v = \Delta P_0/R_h$, l'application numérique donne $J_v = \frac{0,5}{8}.10^{-14}m^3.s^{-1}$, soit 6.25.$10^{-7}$mm^3/s ou encore 0,22mm^3/h.

4) La résistance vasculaire totale du réseau est de 8.10^{19} Pa.s.m^{-3}

Faux, pour chaque capillaire i on a $\Delta P_i = R_{hi}.J_{vi}$, or (analogie avec la résistance électrique) on a ΔP_i identique pour tous les éléments du réseau, cela correspond à la différence de pression qu'il y a entre la sortie et l'entrée du réseau, ainsi $\Delta P_i = \Delta P_{tot}$ $\forall$i (Cf 2).

On peut écrire que $J_{vi} = \Delta P/R_{hi}$, pour extraire de cette formule le débit total passant par le réseau, on écrit : $J_v = \sum_i J_{vi} = \Delta P_{tot}.\sum_i \frac{1}{R_{hi}} = \Delta P_{tot}.\frac{1}{R_{htot}}$ La résistance totale est donc : $\frac{1}{R_{htot}} = \sum_i \frac{1}{R_{hi}} = \sum_{i=1}^{10} \frac{1}{R_{hi}} = 10/R_{h0}$, soit R_{htot} = 8.10^{17} Pa.s.m^{-3}

5) Si les capillaires étaient placés en série on aurait une résistance vasculaire 10 fois plus importante (que dans le cas parallèle)

Faux, dans le cas série, on a $R_{htot} = \sum_i R_{hi} = \sum_{i=1}^{10} R_{hi} = 10.R_{h0}$ = 8.10^{19} Pa.s.m^{-3}

QCM 3

Perte de charge dans une seringue

Une seringue cylindrique de rayon intérieur R_1=1cm et de longueur L_1=9cm est prolongée par une aiguille cylindrique de rayon intérieur R_2=1mm et de longueur L_2=3cm. Un piston coulisse sans frottement dans la seringue qui contient un sérum de viscosité η=3.10^{-3}S.I. et de masse volumique ρ=10^3kg.m^{-3}. Ce sérum doit être injecté dans la veine d'un patient. ΔP_1 correspond à la perte de charge totale du sérum dans la seringue et ΔP_2 à la perte de charge totale du sérum dans l'aiguille. On considère que le couple seringue/aiguille est positionné horizontalement par rapport au sol.

1) Le rapport des pertes de charge $\Delta P_1/\Delta P_2$ ne dépend que du rapport des rayons R_1 et R_2

Faux, la perte de charge linéique vaut dans le cas 1 $\omega_1 = \Delta E_t/L_1 = \Delta P_1/L_1$, dans le cas 2 on aura de la même façon $\omega_2 = \Delta P_2/L_2$. Si l'on fait le rapport des équations précédentes, on obtient $\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{L_1}{L_2}.\frac{\omega_1}{\omega_2}$. D'après la formule de Poiseuille, on sait que $\boldsymbol{\omega = \frac{8\eta\bar{v}}{R^2}} = \frac{8\eta J_v}{\pi.R^4}$ (Cf QCM2-3), de plus d'après la loi de conservation du débit (qui est aussi valable dans le cas des fluides réels !), on a $J_{v1} = J_{v2}$. On peut donc écrire que $\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{L_1}{L_2}.\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^4$. On constate que le rapport des pertes de charge dépend principalement des rayons considérés, mais aussi des longueurs.

2) Les pertes de charge sont plus importantes dans l'aiguille que dans la seringue. On peut considérer que le fluide est parfait dans la seringue.

Vrai, l'application numérique donne $\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = 3.10^{-4}$, donc $\Delta P_2 \ggg \Delta P_1$. On peut, en première approximation, négliger les pertes dans la seringue.

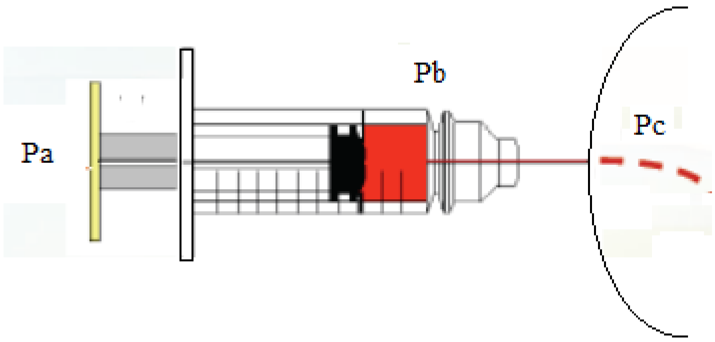
3) Si l'injection de 1 cm^3 de sérum dure 1 seconde, la perte de charge ΔP2 dans l'aiguille vaut 2400Pa .

Faux, une injection de 1 cc en 1 seconde signifie que $J_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} = 10^{-6} m^3.s^{-1}$. En appliquant la formule de Poiseuille il est possible de déterminer la perte linéique dans l'aiguille, $\omega_2 = \frac{\boldsymbol{8\eta\bar{v}}}{R_2{}^2} = \frac{8\eta J_v}{\pi.R_2{}^4} = \frac{8.3.10^{-3}.10^{-6}}{3.10^{-12}} = 8.10^3 S.I.$ Pour connaître la perte de charge, il suffit d'appliquer $\Delta P_2 = \omega_2.\Delta l_2$, on obtient : $\Delta P_2 = 8.3.10^{3-2} = 2{,}4.10^2$Pa.

4) Si la pression de jauge dans la veine vaut 2.10^4 ($\pm10^3$) Pa, la pression exercée par l'opérateur sur le piston pour injecter le sérum sera inférieure à 1 atm .

Vrai, le théorème de Bernouilli dans le cas de fluide réel s'écrit (cas d'un écoulement allant de 1 vers 2):

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1{}^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2{}^2 + \rho g z_2 + \Delta P$$



Dans notre cas, on a $z_1 = z_2$ et le problème correspond à un problème de statique donc les vitesses sont nulles. On va chercher à déterminer la pression P_a de telle façon que le système soit en équilibre. Cela veut dire que, pour induire un mouvement et donc une injection de liquide dans la veine, il faudra que l'opérateur fournisse une pression au moins égale à P_a. Si l'on applique Bernouilli entre la fin de la seringue et le début de l'aiguille, on obtient : $P_b = P_c + P_0 + \Delta P_2$, entre le début et la fin de la seringue, on a : $P_a + P_0 = P_b + \Delta P_1$ (= 0).
Au final, on obtient : $P_a = P_c + \Delta P_2 = 2.10^4 + 2{,}4.10^2 = 20240\text{Pa}.$

5) L'écoulement est laminaire dans l'aiguille

Vrai, il faut calculer le nombre de Reynolds. On obtient, $R_e = \frac{2.R_2.\rho.\bar{v}}{\eta} = \frac{2.R_2.\rho.J_v}{S.\eta} \ll$ **2000**
Comme le calcul est très inférieur à 2000 on peut considérer que l'écoulement sera laminaire (les vecteurs vitesses de chaque particule sont colinéaires). Notons qu'entre 2000 et 3000 le régime est dit transitoire, et qu'au-dessus il est dit turbulent.

QCM 4

Tension superficielle

L'eau présente à 20°C un coefficient de tension superficielle T_{s1}=0,073N.m^{-1}. Cette caractéristique permet à 1 ml d'eau de fournir 20 gouttes avec un compte goutte standard. Un sérum présente à 20°C, un coefficient de tension superficielle T_{s2}=0,058J.m^{-2}. La masse volumique de l'eau et du sérum sont supposées égales.

1) 1 ml de sérum fournit plus de 20 gouttes avec le même compte goutte

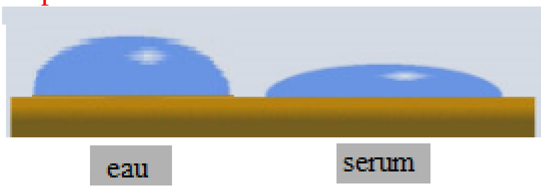
Vrai, la tension superficielle est plus faible, il faudra donc moins de volume de fluide (V_1 dans le cas de l'eau et V_2 dans le cas du sérum) et donc de masse de fluide pour casser l'enveloppe des gouttes. Notons que T_{s2}=0,058J.m^{-2}=0,058N.m^{-1} (faire l'équation aux dimensions pour s'en convaincre). Si l'on note N_1 et N_2 le nombre de gouttes d'eau et de sérum que fournit 1 ml de solution (V_{tot}), on aura $N_1 = V_{tot} / V_1$ et $N_2=V_{tot} / V_2$. En résumé, on a si $T_{s1} > T_{s2}$, alors $V_1 > V_2$, et donc $\frac{Vtot}{V1} < \frac{Vtot}{V1}$, ce qui revient à $N_1 < N_2$. On aura au final plus de gouttes avec du sérum qu'avec de l'eau pure. Notons que cette interprétation qualitative des phénomènes n'est valable que car les densités des deux composés sont équivalentes.

2) Le sérum ne contient pas d'agent tensioactif

Faux, comme les deux tensions superficielles ne sont pas égales, on a forcement un ou plusieurs agents tensioactifs (le sérum est de l'eau plus des éléments cinétiques de type protéine ou ion). D'un point de vue purement « physique des interfaces » les macroéléments ajoutés à l'eau sont des agents tensioactifs.

3) Sur une même plaque de verre horizontale pourvue d'un traitement hydrophobe (l'eau et le sérum ne mouillent pas la plaque), l'interface liquide-solide de 1 ml d'eau sera plus grande que celle obtenue avec 1 ml de sérum

Faux, l'eau s'étalera moins que le sérum, on aura une hauteur d'eau plus importante que la hauteur de sérum. La tension superficielle de l'eau arrivera à contrer l'effet du poids du fluide. Ce ne sera pas (ou moins) le cas du sérum, la goutte aura tendance à s'aplatir sous l'effet de son propre poids. Pour mieux comprendre le phénomène il faudrait introduire le phénomène de contact entre solide et liquide, dans le cas présent on dit que le fluide (eau) ne mouille pas le verre.



4) La surpression à l'intérieur d'une bulle d'air de 1cm de diamètre est plus forte dans l'eau que dans le sérum

Vrai, on applique la loi de Laplace dans le cas d'une sphère afin de connaître la différence de pression intérieure et extérieure à la bulle (aussi appelée surpression interne, ou pression transmurale), on obtient $\Delta P = \frac{2Ts}{R}$, on aura donc $\Delta P_1 > \Delta P_2$. Comme l'eau a une tension superficielle plus importante que le sérum, la contrainte qui sera appliquée sur la bulle d'air sera plus importante dans le cas de l'eau.

5) La valeur de coefficient de tension superficielle du mélange eau-sérum sera comprise entre 0,073 $N.m^{-1}$ et 0,058$N.m^{-1}$

Vrai, la valeur exacte dépendra des concentrations des 2 constituants, mais la tension superficielle globale sera effectivement comprise entre 0,073 et 0,058. On aura, au final, un mélange du type : EAU + sérum ⇔ EAU + {EAU ; agents tensioactifs} ce qui revient à EAU + agents tensioactifs très dilués.

Exercice Complémentaire

QCM 5

Questions de cours sur les dimensions

1) Le coefficient de viscosité est dans le S.I. exprimée en $Kg.m^{-1}.s^{-1}$

Vrai, il faut utiliser la définition de la charge d'un fluide réel. Pour mémo, on a la charge qui correspond à l'énergie mécanique par unité de Volume:

$$\text{Charge} = E_t = \frac{1}{V}\left(E_c + E_p\right) = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + P$$

Pour un fluide idéal => on a $\Delta E_t = 0$ => E_t = cte

Pour un fluide réel => on a $\Delta E_t = \omega.\Delta l \Rightarrow E_t = E_t(\text{initial}) - \omega.\Delta l$

ω est la perte d'énergie volumique totale par unité de longueur, donc :

$[\omega]=[E]/[L].[V]= [M].[L]^2.[T]^{-2}/[L].[L]^3= [M].[L]^{-2}.[T]^{-2}$

En utilisant la loi de Poiseuille on obtient $[\eta]=[L]^2.[\omega].[L]^{-1}.[T] = [M].[L]^{-1}.[T]^{-1}$

2) La pression artérielle moyenne est supérieure à la pression moyenne du réseau veineux

Vrai, on a 13kPa Vs 1kPa, cette diminution provient du passage du sang dans les capillaires. La perte de charge est importante, modifiant la pression moyenne du retour veineux.

3) La résistance hydraulique peut s'exprimer en $kg.m^{-2}.s^{-1}$

Faux, on a $R_h = \frac{8\eta l}{\pi R^4}$, il suffit d'effectuer une étude de dimension, pour obtenir :

$$[R_h] = [M]^1.[L]^{-4}.[T]^{-1}$$

4) La résistance hydraulique diminue quand la longueur du vaisseau ou la viscosité augmente

Faux, la résistance hydraulique augmente, c'est une caractéristique de la formule développée au 3)

5) La résistance hydraulique est toujours constante pour un fluide donné

Faux, car la résistance varie comme la viscosité, cette dernière varie en fonction de la température et de la pression des fluides.