UNIVERSITÀ DI CORSICA PASQUALE PAOLI

PAES UE3 2013-2014

Tutorat physique : Séance n°4 ; éléments de mécanique du Fluide (fait par C. Voyant)

Calculettes inutiles. Pour chaque question, indiquer quelles sont toutes les propositions exactes et uniquement les propositions exactes.

QCM 1

Question de cours

Concernant un fluide parfait, quelles sont les propositions exactes :

1) le débit qui passe dans un cylindre est définit comme étant un volume par unité de temps

Vrai, c'est la définition du débit. Il est essentiel de connaître la définition de fluide parfait, réel, newtonien et incompressible. De plus, il faut connaître les dimension du débit ($[d]^3/[t]$), d'une énergie ([Newton].[d]), d'une pression ($[Newton]/[d]^2$, ou $[Energie]/[d]^3$), de la charge (équivalent à une pression).

2) chaque particule constituant le fluide possède la même vitesse

Faux, tout d'abord, il faut bien comprendre ce que signifie le terme particule pour un fluide, et bien comprendre la différence qu'il peut y avoir avec ce même terme utilisé en physique nucléaire, radioactivité, ou encore physique des particules. De plus, dans le cas de l'écoulement laminaire d'un fluide parfait dans un tuyau, la réponse aurait été vraie, mais dans le cadre générale c'est faux (exemple du liquide remué dans une tasse, différence de vitesse entre les particules centrales et périphériques).

3) dans le cas de l'écoulement dans un cylindre, lorsque la surface de la section transverse diminue le débit augmente

Faux, si le débit augmentait (ou diminuait), il y aurait un problème de continuité. Le débit reste le même, et c'est pour cela que les vitesses au sein du fluide sont majorées ou diminuées suivant le cas.

4) dans le cas de l'écoulement dans un cylindre, il n'y a pas de frottement, ni de perte d'énergie

Vrai, c'est la définition d'un fluide parfait, la viscosité est nulle et le nombre de Reynolds tend vers l'infini. Pour aller plus loin sur les fluides parfaits, on peut citer l'aérodynamique (écoulement de l'air) ou la suprafluidité. Attention, ce n'est parce que le nombre de Reynolds tend vers l'infini, que les fluides parfaits sont forcément régis par la turbulence, c'est un cas extrêmement compliqué qui est au cœur de la physique classique, la fondation Clay propose 1 million de dollar à celui qui résoudra problème.

5) le théorème de Bernoulli peut toujours s'appliquer à ce fluide.
Faux, il manque une hypothèse sur l'aspect incompressible du fluide (liquide et non gazeux)

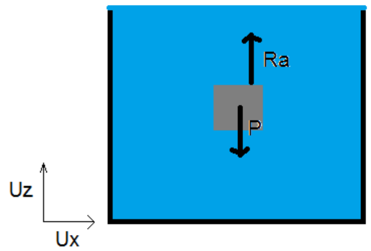
a)1,2,4 b)1,4 c)1,3,5 d)1,5 e)autre réponse

QCM 2

Principe fondamental de la statique et poussée d'Archimède

On pose délicatement un cube de liège (ρ_L= 200.0 kg/m³) de coté *a* sur la surface d'un bassin rempli à ras bord d'un fluide (ρ_e= 1000 kg/m³).

a) le liège va couler
Faux ρ_L<ρ_e, donc le liège va rester en suspension. Pour une démonstration plus rigoureuse on peut utiliser le PFD (principe fondamentale de la dynamique du solide). Soit en considérant le solide sous l'eau et les deux forces qui agissent sur ce dernier, on a :



On sait que $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, d'où, $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho_L.a^3 + \rho_e.a^3 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$ en fonction du signe de $(\rho_e - \rho_L)$ on aura une accélération qui sera suivant Uz ou alors de sens opposée. Dans notre cas on a $\rho_e > \rho_L$, on déduit donc que la composante Uz de l'accélération est orientée suivant l'axe Uz. Cela signifie que le solide aura tendance à monter jusqu'à atteindre la surface et trouver une position d'équilibre.

b) le volume de fluide débordant vaut V_d=0,2.a^3
Vrai, le volume de fluide débordant, est égal au volume du solide immergé. Pour connaître ce dernier, il suffit d'appliquer le PFS au solide en équilibre, on obtient :

$$\vec{P}(\text{poids}) + \vec{R}_A(\text{poussée d'archimède}) = \vec{0}$$

En projetant cette équation sur un axe bien choisi, on obtient :

$$-m_L.g + \rho_e.V_d.g = 0; \text{soit } V_d = \frac{\rho_L}{\rho_e}.a^3$$

Au final 20% du cube est immergé. En toute logique il aurait fallu ajouter un terme lié à la poussée d'Archimède de l'air, cependant, ce dernier est largement négligeable devant le R_a calculé dans cet exercice ($\frac{\rho_{air}}{\rho_e} \cong 10^{-3}$). Si à la place de l'air on avait un fluide X tel que $\rho_{air} \ll \rho_X < \rho_L < \rho_e$), il faudrait en tenir compte lors du calcul de la poussée d'Archimède. Si V_d correspondait au volume de liège sous le niveau d'eau le PFS conduirait à $-\rho_L.a^3.g + \rho_e.V_d.g + \rho_X.(a^3 - V_d).g = 0$.

c) si l'on applique une force supérieure à (ρ_e - ρ_L).a^3.g sur le liège (du haut vers le bas), celui-ci va couler

Vrai, le liège coule si la somme des forces qui l'attirent vers le fond du récipient est supérieure à celle qui le tire vers le haut. Concernant la poussée d'Archimède, il faut considérer le volume complet du liège, et non le volume immergé, comme dans la question précédente. Soit F la force que l'on applique sur le solide, on a :

$\|\vec{P} + \vec{F}\| \geq \|\vec{R}_A\|$; soit si $\|\vec{F}\| \geq \rho_e.a^3.g - \rho_L.a^3.g = (\rho_e - \rho_L)a^3.g$

Si F=$(\rho_e - \rho_L)a^3.g$, alors le liège sera totalement immergé, mais ne s'enfoncera pas au fond du bassin, il restera immobile.

d) si le liège se présente sous forme d'un cylindre de rayon *a* et de hauteur *a*, les affirmations b) et c) sont correctes

Faux, le volume d'un tel cylindre devient $a.\pi.a^2 = \pi.a^3$ le b) et le c) ne sont plus correct, il suffit de faire le calcul pour s'en convaincre.

e) le rapport des hauteurs de liège immergé et émergé vaut 1

Faux, en b), on a vu que le volume immergé de liège vaut $0{,}2.a^3$, la hauteur immergée de liège est donc de 0,2.a, ce qui veut dire que la hauteur de liège au-dessus de l'interface fluide/air vaut 0,8.a

QCM 3

Application du principe fondamental de l'hydrostatique

Un réservoir rempli d'un fluide *f* (ρ_f = 1g/cm^3) mesure 30 cm de largeur (*l*), 40 cm de longueur (*L*) et 20 cm de hauteur (*h*). Soit *m* la masse de ce fluide et *g* (=9.8m.s^{-2}) l'accélération de la pesanteur.

a) la pression de jauge exercée sur le fond vaut $1{,}96.10^3$Pa

Vrai, la pression est une « force surfacique », mais attention, dans un cas ce n'est qu'une grandeur scalaire alors que dans l'autre, il s'agit d'une grandeur vectorielle, avec une orientation, un sens et une norme. Si l'on appelle F la force sur le fond (uniquement liée au poids du fluide dans notre cas) et P la pression générée, on a la relation : P = F/(*l.L*)=F/*S*(surface)=*m.g/S*= ρ_f.*V(volume).g/S*= ρ_f.*h.g*

Une façon plus « propre » pour trouver ce résultat consiste à utiliser la loi générale de l'hydrostatique des liquides, à savoir, P+ ρ_f *.g.z* =constante, attention une condition nécessaire pour pouvoir appliquer le principe générale de l'hydrostatique et que l'axe z doit être dans la direction haut/bas et orienté vers le haut (sens opposé au vecteur poids), ce qui donne :

$(P+ \rho_f .g.z)_{fond}=(P+ \rho_f .g.z)_{interface\ eau-air}$, soit $\Delta P=P-P_0$(press atmos) = $\rho_f.h.g$

Pour avoir une pression en Pa il faut se placer dans le système SI, aussi (relations à connaîter): ρ_f = 1g/cm^3=1Kg/dm^3=1Kg/l=10^3 kg/m^3

La pression de jauge vaut donc P=10^3.0,2.9,8=$1.96.10^3$Pa

b) la pression de jauge exercée sur le fond vaut $1,96.10^2$Pa

Faux

c) la pression de jauge exercée sur le fond vaut $1,96.10^4$Pa

Faux

d) la force exercée sur le fond vaut *m.g*

Vrai, cette force correspond au poids du fluide *f*. Cependant si la forme du récipient n'avait pas été carrée (ou rectangulaire), le résultat aurait été différent, c'est le paradoxe hydrostatique : sur le fond du récipient quel que soit la forme du récipient, la pression est constante (ne dépend que de la hauteur d'eau et non du volume d'eau) et on a une force (en négligeant la pression atmosphérique) : F=Pression.Surface=$\rho_f .g.z.L.l=m.g$. Avec une autre forme de récipient, on aurait aussi F=Pression.Surface=$\rho_f .g.z.L.l$, mais le volume n'était pas forcément $V=z.L.l$, on ne pourrait pas écrire $F = m.g$. La force F est, sauf dans le cas carré, rectangle ou cylindrique, différente du poids du fluide contenu dans le récipient.

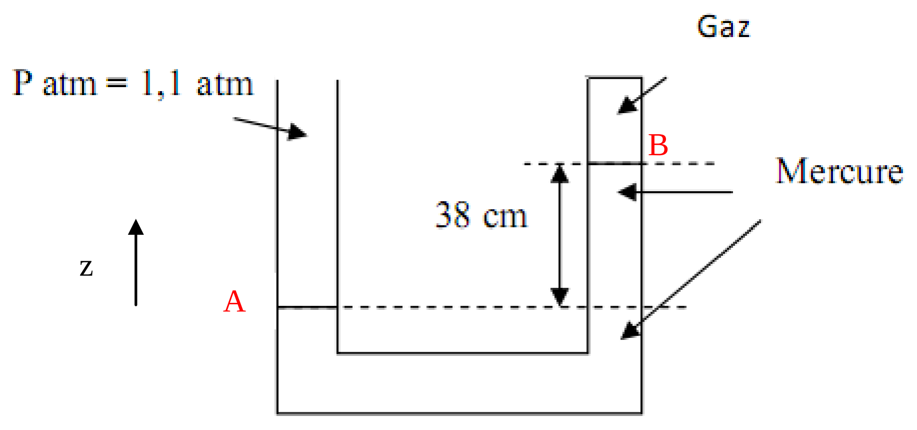
e) la force exercée sur le fond vaut *m.g.h*

Faux, ce n'est pas la dimension d'une force, mais celle d'une énergie et non d'une pression !!! Il est très facile de se perdre avec toutes ces notions. Il faut bien comprendre les notions suivantes utile pour l'analyse des dimensions => charge = énergie volumique ; pression = force surfacique ; énergie = force x longueur (Cf énergie potentielle de pesanteur Ep=m.g.h=poids x hauteur)

QCM 4

Pression et centimètres de mercure

Soit le tube en U suivant, ouvert à une extrémité, que vaut la pression du gaz ?



a) 0.7 atm   b) 0.6 atm   c) 0.5 atm   d) 0.4 atm   e) autre

Pour résoudre ce genre d'exercice, le principe est toujours le même, il faut commencer par poser l'équation qui relie la cinétique des particules de Hg, le poids du fluide, et la pression générée par le rapprochement des molécules de fluide. On a :

$\mathrm{Em(energie\ mécanique)} = \mathrm{Ec} + \mathrm{Ep} = \frac{1}{2}.\mathrm{m.v^2} + \mathrm{m.g.h} + \mathrm{F.r}$=constante

Ec est l'énergie cinétique et sa formule vaut $\frac{1}{2}.m.v^2$. Concernant l'énergie potentielle, on sait que concernant les fluides (et sous certaines hypothèses, incompressibles, parfaits…), on a essentiellement deux forces qui entrent en jeux, la force gravitationnelle et « la force d'interaction » entre les différentes particules de fluide. La force gravitationnelle (le poids) vaut $\vec{P} = m.\vec{g}$ .Cette force dérive d'un potentiel V_p on a alors $\overrightarrow{grad}$ $(V_p)= \vec{P}$, soit en considérant un axe z colinéaire au poids, V_p=m.g.z. La force d'interaction $\vec{F}$ est représentée physiquement par la pression qui règne dans le fluide, on peut donc dire que F=Pression.Surface, d'après la définition de la pression (force surfacique). Cette force dérive aussi d'un potentiel V_i par $\overrightarrow{grad}$ $(V_i)= \vec{F}$, soit V_i=Pression.Volume. En mécanique des fluides il est préférable de diviser l'énergie mécanique par le volume V, cette nouvelle grandeur est plus fonctionnelle et se nomme la charge, on a donc :

Charge= Pression+(1/2).ρ.v² + ρ.g.z =constante (théorème de Bernouilli pour un fluide parfait)

Pour une démonstration plus rigoureuse, se référer au cours.
Dans notre exercice qui est un problème statique, v=0, on a donc P+ ρ.g.z =constante. On notera que comme il s'agit d'un problème de statique, il est donc suffisant d'appliquer directement la loi générale de l'hydrostatique des liquides, à savoir, P+ ρ.g.z =constante.
On a donc Charge en A = Charge en B, soit : Patm=Pgaz+ ρ.g.h(=38cm)

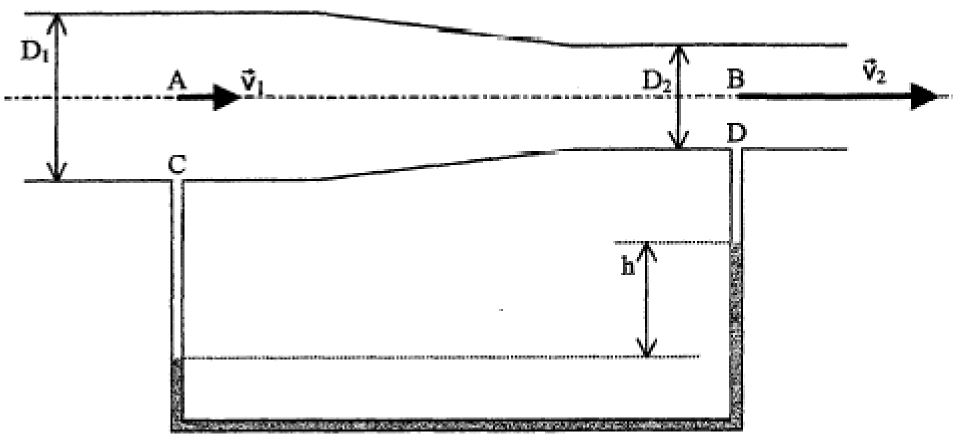
La façon la plus simple est de se rappeler que 76cm Hg correspond à une différence de pression de 1atm entre les deux extrémités du tube. Comme la relation entre les centimètres de mercure de la pression est linéaire (P = ρ.g.h), on peut considérer qu'une hauteur de 38 cm de Hg correspond à une pression exercée de 0.5atm. Cela revient à :

Pgaz = Patm - ρ.g.h(=38cm) = 1,1-0,5 = 0.6atm

QCM 5

Application du théorème de Bernoulli

On considère le tube de Venturi suivant :



D_1=0,2 m ; v_1 = 5 m/s ; ρ_{eau} = 1000 kg/m3 ; $\rho_{mercure}$ = 13600 kg/m^3 ; g=9,8 m/s².

On note S_1 la section droite à l'entrée et S_2 la section droite à la sortie. Les sections sont circulaires. On veut accélérer la circulation du fluide incompressible (eau) dans une conduite de telle sorte que la vitesse soit multipliée par 1,8. Pour cela la conduite comporte un rétrécissement. Dans la tuyauterie de C et D, les fluides sont au repos ; la partie grisée contient du mercure. On négligera les variations de pression dans les colonnes d'eau.

La dernière phrase sous-entend que l'on est en présence d'un fluide parfait.

Quelles sont les réponses exactes :

a) la vitesse en B, v_2 vaut 9 m.s^{-1}

Vrai, la traduction de l'énoncé signifie v_2=1,8. v_1 =9m.s^{-1}

b) il n'est pas possible d'appliquer l'équation de continuité entre A et B

Faux, cela représente la conservation du débit entre A et B, ce qui implique que le volume de fluide qui passe en A et en B ($V_{A/B}$) durant le même temps Δt soit égal.

$J_A=J_B$ => $V_A/\Delta t= V_B/\Delta t$ => $S_A.L_A/\Delta t= S_B.L_B/\Delta t$ => $S_A.v_1= S_B.v_2$

La condition de continuité se traduit par une relation reliant la vitesse des particules et les surfaces des sections considérées. Dans notre cas on a $(\pi/4).D^2{}_1\ v_1 = (\pi/4).D^2{}_2\ v_2$

c) le diamètre D_2 doit être égal à $1{,}8.D_1$

Faux, en appliquant la relation du dessus, on a $D_2 = D_1\ (v_1/v_2)^{1/2}$, de plus le diamètre en B doit être plus petit que le diamètre en A

d) la différence de pression entre l'entrée A et la sortie B vaut 28.10^2 Pa (±20%)

Faux, on applique le théorème de Bernouilli au cas présent, on obtient :

Charge= $P_A + (1/2).\rho.v_1^2 + \rho.g.z_A = P_B + (1/2).\rho.v_2^2 + \rho.g.z_B$

Or $z_A = z_B$, ce qui conduit à :

$P_A + (1/2).\rho.v_1^2 = P_B + (1/2).\rho.v_2^2$ => $P_A - P_B = (1/2).\rho.(v_2^2 - v_1^2) = 28.10^3$Pa

Pour aller plus loin, essayer de bien comprendre le phénomène du tube de Venturi, et essayer de l'appliquer au cas de la sténose (ou de l'anévrisme) d'un vaisseau sanguin. Quand le diamètre diminue, la vitesse du sang augmente, la pression locale diminue augmentant ainsi l'effet sténosant.

e) la hauteur h vaut 210 mm (± 10%).

Vrai, on applique de nouveau le théorème de Bernouilli pour le Mercure, on obtient :

$P_A+ \rho.g.z_A = P_B+ \rho.g.z_B$ => $(z_A- z_B) = (P_A - P_B) / \rho.g$ ~200 mm Hg

La traduction du pourcentage d'erreur utilisé se traduit par :

(210-21) mm < $(z_A- z_B)$ < (210+21) mm, soit 189 mm < $(z_A- z_B)$ < 231 mm

La valeur de 200 mm Hg est bien dans cette fourchette. Notons que l'on aurait pu utiliser le fait que 76cm de Hg équivaut ~ 10^{5}Pa, donc pour connaître la hauteur de mercure équivalente à 28.10^{3}Pa, il suffit d'appliquer un simple produit en croix, le résultat obtenu est aussi dans la fourchette des [189mm;231mm].

Pour aller plus loin essayer de transposer le cas du tube de Venturi au cas plus pragmatique qui consisterait à aspirer de l'air à l'aide d'une dépression générée par circulation d'un fluide. Il est alors envisageable d'utiliser un simple robinet comme une modeste pompe à air. De plus, le phénomène décrit dans cet exercice, permet de comprendre, pourquoi le rideau de douche vient se coller sur la personne qui se lave, et que cela se produit uniquement quand on prend une douche et non un bain, ca explique aussi pourquoi une aile d'avion tend à monter verticalement et donc le phénomène de portance qui permet aux avions de voler.

Exercices Complémentaires

QCM 6

Force exercée par un fluide sur une paroi latérale du récipient

Un récipient de profondeur *h* contient un fluide *f* de masse M et de masse volumique ρ.

a) la force horizontale *F* qui agit sur les parois latérales du récipient est égale à *M.g*

Faux, la pression n'est pas constante avec la profondeur, la force qui en résulte n'est pas égale à *M.g,* voir b)

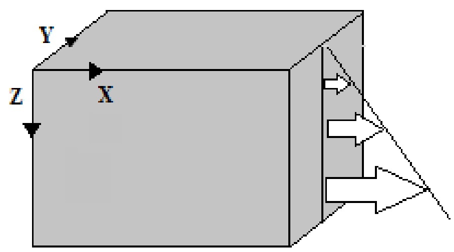
b) la force horizontale *F* qui agit sur les parois latérales du récipient est l'intégrale des forces de pression

Vrai, la résultante globale *F* est une force qui prend en compte les différentes profondeurs, si *P* est la pression et *z* la profondeur, *S* la surface de la paroi latérale et L la largeur du récipient, on a :

$\overrightarrow{dF} = P(z).dS.\vec{u}_x$, soit

$F = \iint P(z).dz.dy$ avec $P(z) = \rho.g.z$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2}\right).\rho.g.h^2.L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



On remarquera que la pression atmosphérique n'intervient pas dans le calcul pour faciliter la compréhension. Le résultat final (expression de la force) resterait inchangé de toute façon.

c) la pression qui est exercée sur les parois du récipient est en tout point uniforme

Faux, la pression augmente avec la profondeur, voir profil ci-dessus

d) la pression exercée par F sur les parois du récipient vaut $\rho.g.z$ (*z* représente la profondeur)

Vrai, voir b)

e) la pression exercée par F sur les parois du récipient varie en fonction de la profondeur considérée

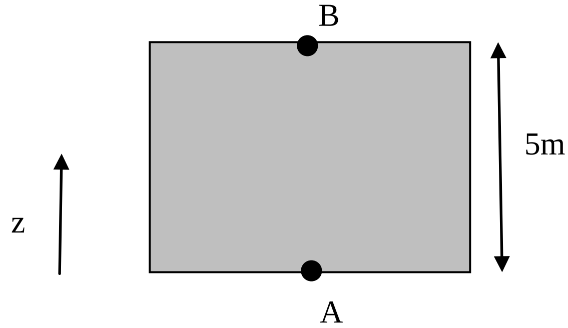
Vrai voir b)

QCM 7

Hydrostatique et plongée sous-marine

Un plongeur est à 5m sous la surface de l'eau, la pression atmosphérique vaut P_{atm}=1.013.10^5 Pa. La pression totale s'exerçant sur lui est environ :

a) 80 cm Hg
b) 114 cm Hg
c) 100 cm Hg
d) 130 cm Hg
e) autre



La pression exercée sur le plongeur correspond à la somme de la pression atmosphérique et de la pression correspondant au poids de l'eau situé au-dessus du plongeur, en appliquant le principe de l'hydrostatique entre A et B, on a $P_A = P_{atm} + \rho.g.h(=5m) = 1{,}013.10^5 + 10^3.10.5 \Leftrightarrow 76cm\ Hg + 0.5.10^5 Pa \sim 76+38=114cm\ Hg$ (on oublie pas que 1bar=1atm=10^5Pa et que tout cela correspond à une élévation de mercure de 76cmHg).

Une autre façon plus simple de faire, consistait à utiliser le fait que la pression atmosphérique double à partir de 10 m de profondeur (les plongeurs le savent….), à 5 m, on a donc ½ fois la pression atmosphérique (pression de jauge), on peut conclure que la pression totale à 5 m est ~1.5 bar, soit 114cm Hg.